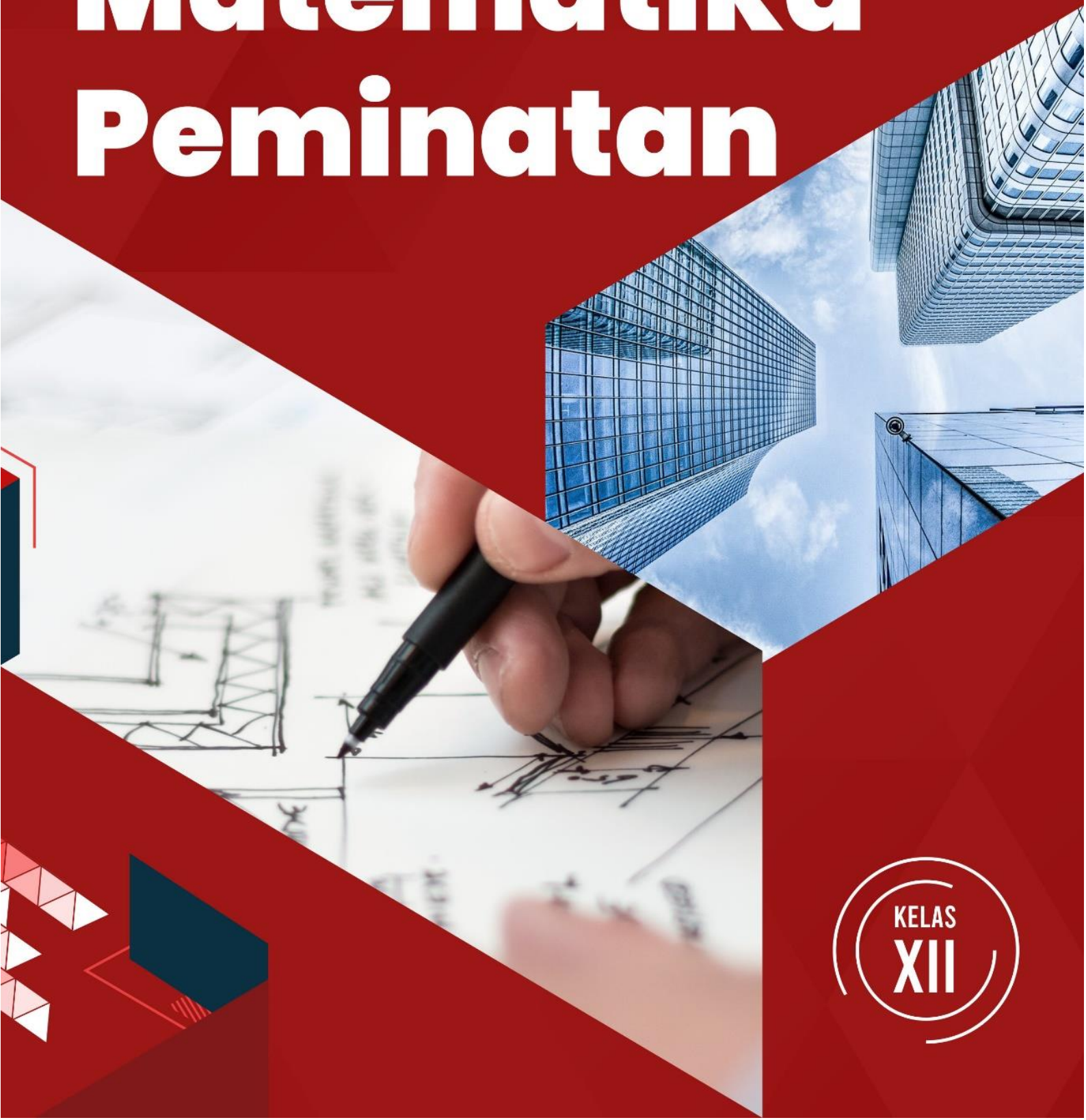
KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN ANAK USIA DINI,
PENDIDIKAN DASAR DAN PENDIDIKAN MENENGAH
DIREKTORAT SEKOLAH MENENGAH ATAS
2020

DISTRIBUSI BINOMIAL

MATEMATIKA PEMINATAN

KELAS XII

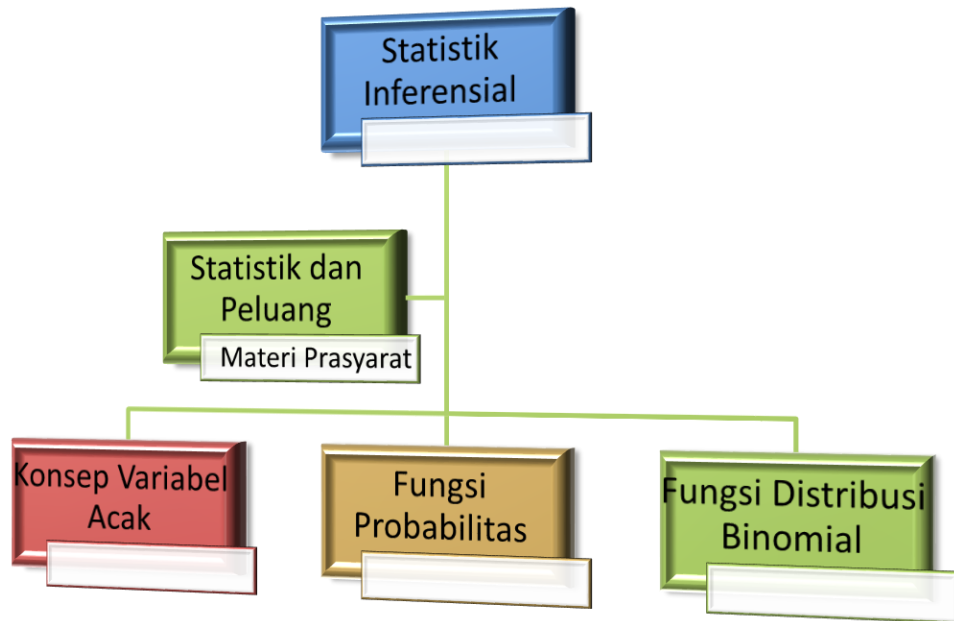
PENYUSUN
Dr. Yuyun Sri Yuniarti, M.Pd.
SMA Negeri 1 Pedes

DAFTAR ISI

GLOSARIUM

Binomial	:	teorema yang menjelaskan tentang pengembangan eksponen dari penjumlahan antar variabel
Data	:	catatan atau informasi atas kumpulan fakta.
Hipotesis	:	dugaan sementara yang harus dibuktikan secara ilmiah
Parameter	:	tempat penyimpanan variabel di dalam fungsi yang digunakan untuk melakukan pemberian data dari pemanggil ke dalam fungsi
Populasi	:	seluruh objek penelitian yang menjadi fokus peneitian kita
Probabilitas	:	peluang atau kemungkinan dari suatu kejadian
Ruang Sampel	:	semua kemungkinan yang terjadi dalam suatu percobaan
Sampel	:	bagian dari populasi
Sampel representative	:	bagian dari populasi yang diambil untuk mewakili penelitian
Statistik	:	merupakan kumpulan data baik berupa bilangan maupun bukan bilangan yang disusun dalam table ataupun diagram yang melukiskan atau menggambarkan suatu persoalaaan
Statistik inferensial	:	metode yang berhubungan dengan menganalisa sebuah data sampai pada tahap penarikan kesimpulan
Variabel	:	besaran yang dapat berubah serta berpengaruh pada sebuah peristiwa atau kejadian

PETA KONSEP

Statistik Inferensial
Statistik dan Peluang
Materi Prasyarat
Konsep Variabel Acak
Fungsi Probabilitas
Fungsi Distribusi Binomial

PENDAHULUAN

A. Identitas Modul

Mata Pelajaran	: Matematika Peminatan
Kelas	: XII
Alokasi Waktu	: 10 JP
Judul Modul	: Distribusi Binomial

B. Kompetensi Dasar

3. 5 Menjelaskan dan menentukan distribusi peluang binomial berkaitan dengan fungsi peluang binomial

4.5 Menyelesaikan masalah berkaitan dengan distribusi peluang binomial suatu percobaan (acak) dan penarikan kesimpulannya

C. Deskripsi Singkat Materi

Statistik inferensial adalah statistik yang digunakan untuk keperluan menganalisa data dan hasilnya akan digeneralisasikan atau diinferesialkan kepada populasi dimana sampel diambil. Statistik inferensial sering juga dikenal dengan metode yang berhubungan dengan menganalisa sebuah data atau sampel kemudian sampai pada peramalan / pendugaan atau penarikan kesimpulan mengenai seluruh data induknya.

Dalam *statistik inferensial* ada beberapa hal yang harus dilakukan seperti menduga parameter, memutuskan hipotesis sampai menguji hipotesis tersebut sebelum akhirnya mengambil kesimpulan. Meskipun sifatnya masih tidak pasti dan mungkin saja salah, statistik inferensial tetap memiliki beberapa manfaat yang bisa Ananda pertimbangkan seperti berikut ini.

1. Berangkat dari cara penggunaannya, maka statistik inferensial memiliki manfaat untuk menduga nilai populasi. Ketika Ananda melakukan pengukuran data dengan metode ini, maka dapat diperoleh hasil yang cukup akurat dan tepat sampai menggambarkan kondisi yang sebenarnya
2. Manfaat berikutnya dari statistik inferensial adalah bisa menjadi metode analisis yang sangat terstruktur, asalkan Ananda memahami teori peluang dengan sempurna, metode yang digunakan sudah teruji secara matematis sehingga bisa menjadi estimator yang tidak condong ke manapun. Kok bisa begitu? Karena memang formula statistik inferensial begitu rapi

Ingin mengetahui kebenaran dalam sebuah asumsi yang menyeruak di kalangan masyarakat? Maka Ananda bisa melakukan uji hipotesis yang merupakan pengujian statistik. Uji hipotesis kerap digunakan untuk mengecek klaim yang beredar di kalangan masyarakat, sehingga membantu siapapun membuktikan sebuah pendapat yang dipercaya itu benar atau salah. Sebagai contoh misalnya salah satu klaim yang sering disebutkan adalah bahwa matematika merupakan mata pelajaran yang sangat sulit dipahami untuk siswa jenjang SMA. Untuk membuktikan klaim ini, Ananda harus mengambil beberapa sampel representatif dan kemudian melakukan perhitungan analisis nilai matematika dari sampel yang mewakilkan tersebut.

D. Petunjuk Penggunaan Modul

Sebelum Ananda membaca isi modul, terlebih dahulu membaca petunjuk khusus dalam penggunaan modul agar memperoleh hasil yang optimal.

1. Sebelum memulai menggunakan modul, mari berdoa kepada Tuhan yang Maha Esa agar diberikan kemudahan dalam memahami materi ini dan dapat mengamalkan dalam kehidupan sehari-hari.
2. Sebaiknya Ananda mulai membaca dari pendahuluan, kegiatan pembelajaran, rangkuman, hingga daftar pustaka secara berurutan.
3. Setiap akhir kegiatan pembelajaran, Ananda mengerjakan latihan soal dengan jujur tanpa melihat uraian materi.
4. Ananda dikatakan tuntas apabila dalam mengerjakan latihan soal memperoleh nilai ≥ 75 sehingga dapat melanjutkan ke materi selanjutnya.
5. Jika Ananda memperoleh nilai < 75 maka Ananda harus mengulangi materi pada modul ini dan mengerjakan kembali latihan soal yang ada.

E. Materi Pembelajaran

Modul ini terbagi menjadi **2** kegiatan pembelajaran dan di dalamnya terdapat uraian materi, contoh soal, soal latihan dan soal evaluasi.

Pertama : Konsep Variabel Acak

Kedua : Distribusi Peluang Binomial

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1
Konsep Variabel Acak

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini diharapkan Ananda dapat memahami konsep variabel Acak dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan hal tersebut.

B. Uraian Materi

Statistik inferensial ada 2 macam yaitu:

- Statistik parametrik, yaitu ilmu yang mempertimbangkan jenis sebaran atau distribusi data apakah data menyebar secara normal atau tidak. Dengan kata lain data yang akan dianalisis menggunakan statistik parametris harus memenuhi asumsi normalitas. Secara umum, jika data tidak menyebar normal maka data seharusnya dikerjakan dengan metoda statistik non parametrik, atau setidaknya dilakukan transformasi terlebih dahulu agar data mengikuti sebaran normal, sehingga bisa dikerjakan dengan statistik parametrik. Contoh metode statistik parametrik yaitu uji Z, uji t, korelasi pearson, perancangan percobaan (one way anova parametrik. Ciri dari statistik paramterik yaitu data dengan skala interval dan rasio, data menyebar berdistribusi normal.
- Statistik non parametrik, yaitu statistik bebas sebaran (tidak mensyaratkan bentuk sebaran parametrik populasi, baik normal maupun tidak). Selain itu, statistik ini biasanya menggunakan skala sosial, yaitu nominal dan ordinal yang umumnya tidak berdistribusi normal. Contoh, uji tanda, rank sum test. Ciri dari statistik non parametrik data tidak berdistribusi normal, umumnya data nominal atau ordinal, penelitian sosial, dengan jumlah sampel kecil.

➢ Konsep Variabel Acak

Variabel merupakan suatu besaran yang memiliki nilai tidak tunggal, misalnya bilangan asli kurang dari 10, bilangan bulat kurang dari 3, dan waktu tempuh kendaraan. Variabel ada dua yaitu variabel diskrit dan variabel kontinu. Variabel diskrit memiliki nilai-nilai yang dapat dihitung, sedangkan variabel kontinu memiliki nilai-nilai yang tidak dapat dihitung. Salah satu contoh variabel diskrit yaitu bilangan asli kurang dari 5, sedangkan salah satu contoh variabel kontinu yaitu bilangan bulat lebih dari 3 dan waktu tempuh kendaraan.

Variabel acak merupakan variabel yang nilainya ditentukan oleh hasil percobaan. Variabel acak digunakan untuk menggambarkan hasil-hasil percobaan sebagai nilai-nilai numerik secara sederhana. Variabel acak dinyatakan dengan huruf besar, misalnya X, Y, Z atau lainnya sedangkan nilai variabel acak dinyatakan dengan huruf kecil misalnya x, y dan z.

Telah disampaikan bahwa terdapat dua variabel yaitu variabel diskrit dan variabel kontinu, makan variabel acak pun sama ada variabel acak diskrit dan ada variabel acak kontinu. Variabel acak diskrit diperoleh dari hasil menghitung/membilang, nilainya berupa bilangan bulat. Nilai-nilai variabel acak diskrit digambarkan pada garis interval berupa

deretan titik-titik yang saling terpisah, contoh X = banyak sisi gambar yang terlihat pada percobaan melambungkan sekeping uang logam. Variabel acak kontinu diperoleh dari hasil mengukur dan nilainya berupa bilangan riil. Nilai-nilai variabel acak kontinu jika digambarkan pada garis interval berupa titik-titik yang saling tersambung membentu garis. Sebagai contoh hasil penimbangan berat badan, hasil pengukuran suhu tubuh, atau hasil pencatatan waktu yang diperoleh seorang pelari mencapai garis finish.

Pada bagian uraian materi kali ini kita akan membahas secara khusus mengenai variabel acak diskrit.

Contoh soal:

1. Ayu melakukan pelemparan sebuah dadu satu kali. Hasil yang mungkin diperoleh Ayu adalah....

   Jawab: Misalkan X = mata dadu yang muncul sehingga dapat Ananda nyatakan bahwa X = {1,2,3,4,5,6}
2. Andika melemparkan satu keping uang logam sebanyak dua kali. Andika mengamati banyak hasil angka yang diperoleh adalah..

   Jawab : Misalkan X = banyak hasil angka yang diperoleh sehingga X = {0, 1,2}
3. Dewi melemparkan sekeping uang logam sebanyak empat kali.
   a. Variabel acak yang menyatakan banyaknya sisi angka yang diperoleh adalah X = {0,1,2,3,4}
   b. Variabel acak yang menyatakan banyaknya sis gambar yang diperoleh adalah X = {0,1,2,3,4}
4. Rina melakukan pelemparan dua buah dadu sebanyak satu kali. Variabel acak X menyatakan hasil kali kedua mata dadu. Nyatakan hasil yang mungkin diperoleh sebagai variabel acak

   Jawab: ruang sampel dari pelemparan dua buah dadu satu kali adalah sebagai berikut:

Dadu 1	Dadu 2					
	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

   Jika X menyatakan hasil kali kedua mata dadu maka:
   X = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 30, 36}

Perhatikan di sini dalam penyelesaian soal untuk menentukan variabel acak, Ananda harus dapat menentukan ruang sampel terlebih dahulu.

➢ Peluang Variabel Acak Diskrit

1) Distribusi peluang variabel acak diskrit

   Pada variabel acak diskrit, nilai-nilainya mempunyai peluang. Peluang nilai variabel acak X dinotasikan dengan $f(x) = P(X = x)$. Bentuk penyajian peluang nilai-nilai variabel acak diskrit disebut dengan distribusi peluang variabel acak. Distribusi peluang dapat dinyatakan dalam bentuk tabel, grafik, atau fungsi. Distribusi peluang disebut juga distribusi probabilitas atau fungsi peluang atau fungsi probabilitas.

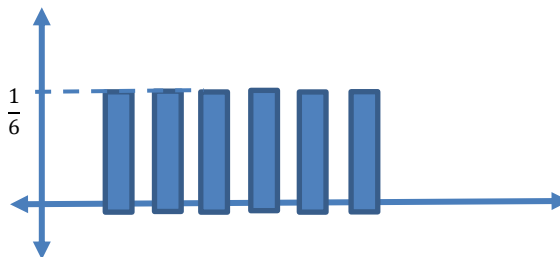
Contoh soal:
Diana melakukan pelemparan sebuah dadu. Variabel X menyatakan mata dadu yang muncul. Sajikan distribusi peluang variabel acak X dalam bentuk

a. Tabel
b. Grafik
c. Fungsi

Jawab:
X = mata dadu yang muncul sehingga dapat dinyatakan X = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
Peluang diperoleh hasil mata dadu 1 yaitu $f(1) = P\ (X = 1) = \frac{1}{6}$
Peluang diperoleh hasil mata dadu 1 yaitu $f(1) = P\ (X = 2) = \frac{1}{6}$
Peluang diperoleh hasil mata dadu 1 yaitu $f(1) = P\ (X = 3) = \frac{1}{6}$
Peluang diperoleh hasil mata dadu 1 yaitu $f(1) = P\ (X = 4) = \frac{1}{6}$
Peluang diperoleh hasil mata dadu 1 yaitu $f(1) = P\ (X = 5) = \frac{1}{6}$
Peluang diperoleh hasil mata dadu 1 yaitu $f(1) = P\ (X = 6) = \frac{1}{6}$

a. Jika ditulis dalam bentuk tabel maka:

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

b. Jika ditulis dalam bentuk grafik sebagai berikut:

c. Jika ditulis dalam bentuk fungsi sebagai berikut:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} & \text{, untuk } x = 1 \\ \frac{1}{6} & \text{, untuk } x = 2 \\ \frac{1}{6} & \text{, untuk } x = 3 \\ \frac{1}{6} & \text{, untuk } x = 4 \\ \frac{}{6} & \text{, untuk } x = 5 \\ \frac{}{6} & \text{, untuk } x = 6 \end{cases}$$

2) Distribusi peluang kumulatif variabel acak diskrit
Peluang variabel acak X yang lebih kecil atau sama dengan suatu nilai x, ditulis dengan $F(x) = P\ (X = x)$. Nilai $F(x)$ tersebut dinamakan peluang kumulatif. Misalkan $x = c$ merupakan salah satu nilai variabel acak X yang memiliki peluang $f(x)$, maka nilai $F(c)$ dinyatakan dengan :

$$F(c) = P(X \leq c) = f(0) + f(1) + f(2) + \ldots + f(c).$$

Contoh soal:

1. Cintia melakukan pelemparan sebuah dadu. Variabel X menyatakan mata dadu yang muncul. Tentukan nilai dari
   a. $F(1)$
   b. $F(3)$
   c. $F(5)$

   Jawab:
   Ruang sampel dari pelemparan sebuah dadu adalah S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
   X = mata dadu yang muncul sehingga dapat dinyatakan X = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
   a. $F(1) = P(X \leq 1) = f(1) = \frac{1}{6}$
   b. $F(3) = P(X \leq 3) = f(1) + f(2) + f(3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
   c. $F(5) = P(X \leq 5) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

2. Sekeping uang logam dilempar dua kali. Variabel acak X menyatakan banyak sisi angka yang muncul. Tentukan nilai dari:

   a. $F(0)$

   b. $F(1)$

   c. $F(2)$

   Jawab:

   Ruang sampel S = {AA, AG, GA, GG}

   X = banyak sisi angka yang muncul sehingga dapat dinyatakan

   x = {0, 1, 2}

   a. $F(0) = P(X \leq 0\} = f(0) = \frac{1}{4}$

   b. $F(1) = P(X \leq 1) = f(0) + f(1) = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$

   c. $F(2) = P(X \leq 2) = f(0) + f(1) + f(2) = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

Sifat-sifat distribusi peluang

Misalkan x adalah variabel acak diskrit yang bernilai $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ dan $f(x_i)$ merupakan peluang nilai-nilai variabel acak X dengan $i = 1,2,3,4, \ldots, n$ maka $f(x_i)$ memenuhi dua sifat berikut

a. $0 \leq f(x_i) \leq 1$ untuk $i = 1,2,3,4, \ldots, n$
b. $\sum_{x=1}^{n} f(x_i) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(n) = 1$

Contoh. Diketahui distribusi peluang variabel acak diskrit X berikut.

$X = x$	3	4	5	6
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{k}{9}$	$\frac{2k+1}{18}$	$\frac{1}{6}$

a. Tentukan nilai k
b. Hitunglah nilai $P(X \geq 5)$

Jawab.

a. $\sum_{x=1}^{n} f(x_i) = 1$

$f(3) + f(4) + f(5) + f(6) = 1$

$\frac{1}{3} + \frac{k}{9} + \frac{2k+1}{18} + \frac{1}{6} = 1$

$\frac{6 + 2k + (2k+1) + 3}{18} = 1$

$4k + 10 = 18$

$k = \frac{18 - 10}{4} = \frac{8}{4} = 2$

b. $P(X \geq 5) = f(5) + f(6)$

$P(X \geq 5) = \frac{2k+1}{18} + \frac{1}{6}$

$P(X \geq 5) = \frac{2.2+1}{18} + \frac{1}{6}$

$P(X \geq 5) = \frac{5}{18} + \frac{1}{6}$

$P(X \geq 5) = \frac{5}{18} + \frac{3}{18}$

$P(X \geq 5) = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$

C. Rangkuman

Peluang Variabel Acak Diskrit dibagi 2:

1. Distribusi peluang variabel acak diskrit
   Pada variabel acak diskrit, nilai-nilainya mempunyai peluang. Peluang nilai variabel acak X dinotasikan dengan $f(x) = P(X = x)$.

2. Distribusi peluang kumulatif variabel acak diskrit, yang dinyatakan oleh:
   $F(c) = P(X \leq c) = f(0) + f(1) + f(2) + \ldots + f(c)$.

D. Latihan Soal

Kerjakan semua soal di bawah ini di buku latihan. Diskusikan dengan teman dan guru matematika di kelas Ananda.

1) Variabel acak X menyatakan banyak gambar pada pelemparan dua keping mata uang logam. Tentukan nilai dari :
   a. $P(X = 0)$
   b. $P(X = 1)$
   c. $P(X = 2)$
2) Dewi melakukan pelemparan dua buah dadu satu kali. Variabel acak X menyatakan jumlah kedua mata dadu. Nyatakan hasil yang mungkin diperoleh sebagai variabel acak.
3) Sebuah kantong berisi 4 butir kelereng kuning dan 3 butir kelereng hijau. Dari dalam kantong tersebut diambil 3 butir kelereng sekaligus. Variabel acak X menyatakan banyak kelereng kuning yang terambil. Tentukan nilai dari :
   a. $P(X = 0)$
   b. $P(X = 1)$
   c. $P(X = 2)$
   d. $P(X = 3)$
4) Variabel acak X menyatakan banyaknya angka pada pelemparan empat keping mata uang logam. Tentukan nilai dari:
   a. $P(X \leq 1)$
   b. $P(X \leq 2)$
   c. $P(X \leq 3)$
   d. $P(X \leq 4)$

5) Perhatikan tabel distribusi frekuensi berikut:

X	1	2	3	4
$f(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{5}$	k	$\frac{1}{5}$

Tentukan nilai k.

6) Perhatikan tabel berikut

X	1	2	3	4	5	6	7
P(X = x)	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$

Tentukan nilai dari:
a. $P(X \leq 4)$
b. $P(X \leq 6)$
c. $P(4 \leq X \leq 6)$
d. $P(5 \leq X \leq 7)$
e. $P(X \geq 6)$

7) Variabel X menyatakan jumlah mata dadu yang muncul pada pelemparan dua buah dadu. Tentukan nilai dari:
a. $P(X \leq 3)$
b. $P(X \leq 10)$
c. $P(6 \leq X \leq 2)$

Kunci Jawaban Pembahasan

<table>
<tr><th>No</th><th>Pembahasan</th><th>Skor</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Penyelesaian

Pada pelemparan dua buah mata uang logam diperoleh:
S = $\{AA, AG, GA, GG\}$
n(S) = 4
X menyatakan banyaknya hasil gambar sehingga dapat dinyatakan $X = \{0, 1, 2\}$
a. P (X = 0) = ¼

b. P (X = 1) = 2/4

c. P (X = 2) = ¼</td><td>15</td></tr>
<tr><td>2</td><td>
<table>
<tr><th rowspan="2">Dadu 1</th><th colspan="6">Dadu 2</th></tr>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th></tr>
<tr><td>1</td><td>(1,1)</td><td>(1,2)</td><td>(1,3)</td><td>(1,4)</td><td>(1,5)</td><td>(1,6)</td></tr>
<tr><td>2</td><td>(2,1)</td><td>(2,2)</td><td>(2,3)</td><td>(2,4)</td><td>(2,5)</td><td>(2,6)</td></tr>
<tr><td>3</td><td>(3,1)</td><td>(3,2)</td><td>(3,3)</td><td>(3,4)</td><td>(3,5)</td><td>(3,6)</td></tr>
<tr><td>4</td><td>(4,1)</td><td>(4,2)</td><td>(4,3)</td><td>(4,4)</td><td>(4,5)</td><td>(4,6)</td></tr>
<tr><td>5</td><td>(5,1)</td><td>(5,2)</td><td>(5,3)</td><td>(5,4)</td><td>(5,5)</td><td>(5,6)</td></tr>
<tr><td>6</td><td>(6,1)</td><td>(6,2)</td><td>(6,3)</td><td>(6,4)</td><td>(6,5)</td><td>(6,6)</td></tr>
</table>

Perhatikan gambar tersebut, Jika X menyatakan hasil jumlah kedua mata dadu, maka $X = \{2\ , 3, 4{,}5{,}6{,}7{,}8{,}9{,}10{,}11, 12\}$</td><td>10</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$n(S) = C_3^7 = \frac{7!}{3!\,4!} = \frac{7.6.5.4.3.2.1}{3.2.1.4.3.2.1} = 35$

X banyak kelereng kuning yang terambil sehingga dapat dinaytakan $X = \{0{,}1{,}2{,}3{,}4\}$

a. $P(X = 0) = f(0) = \frac{C_0^4 . C_3^3}{35} = \frac{1\,.1}{35} = \frac{1}{35}$

b. $P(X = 1) = f(1) = \frac{C_1^4 . C_2^3}{35} = \frac{4\,.3}{35} = \frac{12}{35}$

c. $P(X = 2) = f(2) = \frac{C_2^4 . C_1^3}{35} = \frac{6\,.3}{35} = \frac{18}{35}$

d. $P(X = 3) = f(3) = \frac{C_3^4 . C_0^3}{35} = \frac{4\,.1}{35} = \frac{4}{35}$</td><td>20</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>No</th><th>Pembahasan</th><th>Skor</th></tr>
<tr><td>4</td><td>Penyelesaian:
$S = \left\{ \begin{matrix} AAAA, AAAG, AAGG, AGAA, AAGA, AGGG, GGGA, GGAA, \\ GAAA, AGAG, GAAG, GAGA, GAGGGGAG, GGGA, GGGG \end{matrix} \right\}$
X Menyatakan Banyak Angka sehingga
$X = \{0,1,2,3,4\}$
a. P(X ≤ 1) = $f(0) + f(1) = \frac{1}{16} + \frac{4}{16} = \frac{5}{16}$
b. P (X ≤ 2) = $f(0) + f(1) + f(2) = \frac{1}{16} + \frac{4}{16} + \frac{6}{16} = \frac{11}{16}$
c. P (X ≤ 3) $= f(0) + f(1) + f(2) + f(3) = \frac{1}{16} + \frac{4}{16} + \frac{6}{16} + \frac{4}{16} = \frac{15}{16}$
d. P (X ≤ 4) $= f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = \frac{1}{16} + \frac{4}{16} + \frac{6}{16} + \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{16}{16}$</td><td>20</td></tr>
<tr><td>5</td><td><table><tr><td>X</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{2}{5}$</td><td>k</td><td>$\frac{1}{5}$</td></tr></table>
$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + k + \frac{1}{5} = 1$
Maka $k = 1 - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = 1 - \frac{17}{20} = \frac{3}{20}$</td><td>15</td></tr>
<tr><td colspan="2">TOTAL SKOR</td><td></td></tr>
</table>

E. Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggung jawab.

No.	Pertanyaan	Jawaban	
		Ya	**Tidak**
1.	Apakah Ananda telah mampu memahami konsep variabel acak ?		
2.	Apakah Ananda telah mampu memahami konsep distribusi peluang acak diskrit?		
3.	Apakah Ananda telah mampu menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan distribusi peluang acak diskrit ?		
4.	Apakah Ananda telah mampu memahami konsep distribusi peluang kumulatif acak diskrit?		
5.	Apakah Ananda telah mampu menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan distribusi peluang kumulatif acak diskrit ?		

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan riview pembelajaran, terutama pada bagian yang masih "Tidak"

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2
Distribusi Peluang Binomial

A. Tujuan Pembelajaran

Pada pembelajaran kedua, Ananda akan dibimbing untuk dapat memahami dan menyelsaikan permasalahan yang berkaitan dengan konsep Distribusi binomial. Di pembelajaran kedua ini Ananda kembali akan dibimbing untuk dapat memahami konsep variabel acak binomial serta distribusi peluang binomialnya. Yuk kita mulai.

B. Uraian Materi

DISTRIBUSI BINOMIAL

1. Variabel Acak Binomial

Variabel acak binomial merupakan variabel acak yang nilai-nilainya ditentukan oleh hasil percobaan binomial. Beberapa syarat pada percobaan binomial sebagai berikut:

- Percobaan dilakukan berulang-ulang
- Percobaan bersifat saling bebas atau dengan pengembalian. Hasil percobaan yang satu tidak mempengaruhi hasil percobaan yang lain
- Setiap percobaan memiliki dua macam kejadian yaitu kejadian yang diharapkan disebut sukses dan kejadian yang tidak diharapkan disebut gagal
- Peluang setiap kejadian tetap dalam setiap percobaan

Percobaan binomial dapat diamati melalui percobaan pelambungan uang logam. Sebagai contoh misalnya Raka melambungkan sekeping uang logam sebanyak 3 kali. Pada setiap pelemparan dilakukan pencatatan terhadap sisi angka. Percobaan ini merupakan percobaan binomial dengan alasan sebagai berikut:

- Percobaan dilakukan secara berulang-ulang
- Percobaan saling bebas
- Percobaan memiliki dua macam ekjadian yaitu keluar sisi angka atau keluar sisi gambar

Karena uang logam dilambungkan lagi, maka peluang sisi angka dalam setiap percobaan selalu sama yaitu ½.

2. Distribusi Peluang Binomial

a. Fungsi Distribusi Binomial

Telah dibahas tadi bahwa setiap percobaan memiliki dua macam kejadian yaitu sukses dan gagal. Oleh karena itu jumlah peluang kedua kejadian dalam setiap percobaan akan sama dengan satu karena nilai yang berimbang. Misalkan p menyatakan peluang kejadian sukses dan q menyatakan peluang kejadian gagal, maka hasil dari p + q = 1.

Peluang nilai-nilai variabel acak binomial dapat disusun dalam bentuk tabel atau grafik sehingga diperoleh distribusi peluang variabel acak binomial. Distirbusi peluang variabel acak binomial disebut distribusi binomial. Peluang suatu nilai variabel acak binomial dinamakan peluang binomial. Secara umum rumus peluang binomial x kejadian yang diharapkan dari n percobaan binomial dinyatakan:

$$f(x) = b(x\,;\, n;\, p) = C\,(n,x)\,.\,p^{x}\,.\,q^{n-x}$$

Keterangan:
$C(n,x)$ = koefisien binomial
x = banyaknya kejadian yang diharapkan dengan x = 0, 1, 2, .. n
p = peluang kejadian yang diharapkan
q = peluang kejadian yang tidak diharapkan

Contoh soal
Regia melakukan latihan tendangan penalti sebanyak 3 kali. Peluang sukses melakukan tendangan sebesar 4/5 . tentukan peluang Regia mencetak tepat dua gol.
Jawab:
p = peluang sukses mencetak gol, maka p = 4/5
q = peluang gagal mencetak gol, maka q = 1 – p = 1 – 4/5 = 1/5

Tanpa rumus distribusi binomial:
Misalkan M = tendangan masuk dan G = tendangan gagal
Tepat mencetak dua gol yaitu MMG, MGM, GMM
1) Peluang hasil tendangan MMG maka peluangnya = $\frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{16}{125}$
2) Peluang hasil tendangan MGM maka peluangnya = $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{125}$
3) Peluang hasil tendangan GMM maka peluangnya = $\frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{125}$

Dengan demikian, peluang Regia mencetak tepat dua gol yaitu

$$\frac{16}{125} + \frac{16}{125} + \frac{16}{125} = \frac{48}{125} = 0{,}384$$

Kalo pakai rumus distribusi binomial:
Diketahui
n = 3
x = 2
p = 4/5
q = 1/5

karena Regia berharap mencetak 2 gol, maka
f(2) = $\left(2; 3; \frac{4}{5}\right) = C\ (3,2). (\frac{4}{5})^2 . (\frac{1}{5})^{3-2} = 3 . \frac{16}{25} . \frac{1}{5} = \frac{48}{125} = 0,384$

Catatan: ingat bahwa
$\boldsymbol{C(3,2) = \frac{3!}{(3-2)!2!} = \frac{3.2.1}{1.2.1} = \frac{6}{2} = 3}$

jadi peluang Regia mencetak tepat dua gol adalah 0,384

b. Fungsi Distribusi Binomial Kumulatif

Peluang paling banyak x kejadian yang diharapkan dinamakan fungsi distribusi binomial kumulatif. Misalkan x = t, maka peluang paling banyak t kejadian yang diharapkan dinyatakan dengan:

f(t) = P (X ≤ 1) = $\boldsymbol{\sum_{x=0}^{t} C\ (n,x). p^x . q^{n-x}}$

Keterangan:
C(n,x) = koefisien binomial

x = banyaknya kejadian yang diharapkan dengan x = 0, 1, 2, .. n
p = peluang kejadian yang diharapkan
q = peluang kejadian yang tidak diharapkan

Contoh Soal

Rudi melakukan latihan tendangan penalti sebanyak tiga kali. Peluang sukses melakukan tendangan sebesar 4/5. Tentukan peluang Rudi mencetak paling banyak satu gol.
a. tanpa rumus distribusi binomial
b. dengan rumus distribusi binomial
Jawab:
Diketahui
p = peluang sukses melakukan gol = 4/5
q = peluang gagal mencetak gol = 1/5

tanpa rumus distribusi binomial

Misalkan M = tendangan masuk dan G = tendangan gagal
Mencetak paling banyak satu gol MGG, GMG, GGM, GGG

1) Peluang hasil tendangan MGG maka peluangnya = $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{125}$
2) Peluang hasil tendangan GMG maka peluangnya = $\frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{125}$
3) Peluang hasil tendangan GGM maka peluangnya = $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{125}$
4) Peluang hasil tendangan GGG maka peluangnya = $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{125}$

Dengan demikian, peluang Regia mencetak tepat dua gol yaitu

$$\frac{4}{125} + \frac{4}{125} + \frac{4}{125} + \frac{1}{125} = \frac{13}{125} = 0{,}104$$

Dengan rumus distribusi binomial

Karena diharapkan mencetak paling banyak satu gol artinya bisa 1 gol atau 0 gol.

Kalo mencetak 1 gol:
n = 3 ; x = 1 ; p = 4/5 dan q = 1/5 dengan demikian
f(1) = b $(1; 3; \frac{4}{5}) = C\ (3,1).(\frac{4}{5})^1.(\frac{1}{5})^{3-1} = 3 . \frac{4}{5} . \frac{1}{25} = \frac{12}{125}$

Catatan: ingat bahwa
$\boldsymbol{C(3,0) = \frac{3!}{(3-0)!0!} = \frac{3.2.1}{3.2.1.1} = \frac{6}{2} = 3}$

Kalo mencetak 0 gol:
n = 3 ; x = 0 ; p = 4/5 dan q = 1/5 dengan demikian
f(1) = b $(0; 3; \frac{4}{5}) = C\ (3,0).(\frac{4}{5})^0.(\frac{1}{5})^{3-0} = 1 . 1 . \frac{1}{125} = \frac{1}{125}$

jadi peluang Rudi mencetak paling banyak 1 gol adalah

$$\frac{12}{125} + \frac{1}{125} = \frac{13}{125} = 0,104$$

Bagaimana... mudah bukan ketika Ananda memahami nya secara perlahan dan jangan lupa untuk mengingat aturan pangkatnya yaa

C. Rangkuman

Berdasarkan paparan di atas, maka dapat dibuat rangkuman bahwa distribusi peluang binomial dibagi menjadi dua yaitu fungsi distribusi binomial dengan rumus sebagai berikut:

$$f(x) = b(x\,;\,n;\,p) = C\,(n,x)\,.\,p^{x}\,.\,q^{n-x}$$

Keterangan:
C(n,x) = koefisien binomial
x = banyaknya kejadian yang diharapkan dengan x = 0, 1, 2, .. n
p = peluang kejadian yang diharapkan
q = peluang kejadian yang tidak diharapkan

Dan fungsi distribusi kumulatif dengan rumus:

$$f(t) = P\,(X \leq 1) = \sum_{x=0}^{t} C\,(n,x).\,p^{x}\,.\,q^{n-x}$$

Keterangan:
C(n,x) = koefisien binomial
x = banyaknya kejadian yang diharapkan dengan x = 0, 1, 2, .. n
p = peluang kejadian yang diharapkan
q = peluang kejadian yang tidak diharapkan

D. Latihan Soal

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan tepat dan tulis jawaban Ananda secara detil di buka latihan. Diskusikan dengan teman-teman dan guru matematika di kelas Ananda yaa... Semangattttt....

1) Selidiki apakah percobaan berikut merupakan percobaan binomial atau bukan
   a. Deni melemparkan bola ke dalam keranjang sebanyak 4 kali. Deni mencatat banyak lemparan bola yang masuk ke dalam keranjang
   b. Dania mengambil tiga kartu satu per satu tanpa pengembalian dari setumpuk kartu remi dan mencatat jumlah kartu bergambar yang terambil
   c. Sani melempar sebuah dadu sebanyak dua kali dan mencatat jumlah mata dadu 10 yang muncul

2) Sebuah mata uang logam dilemparkan sebanyak 10 kali. Tentukan peluang muncul gambar sebnayak
   a. Dua kali
   b. Tujuh kali

3) Diketahui $P(x) = C(4,x) . (0,8)^{x} . (0,2)^{4-x}$ untuk x = 0, 1, 2, 3, dan 4. Tentukan nilai dari:
   a. P(1)
   b. P(3)

4) Dalam suatu tes, peserta diminta mengerjakan 15 soal pilihan benar salah. tentukan peluang seorang peserta tes menjawab dengan benar:
   a. 7 soal
   b. 10 soal
   c. 12 soal
   d. 15 soal

5) Peluang seorang bayu=i tidak diimunisasi polio sebesar 0,1. Pada suatu waktu di posyandu terdapat 4 bayi. tentukan peluang bayi tersebut
   a. 2 bayi belum imunisasi polio
   b. 1 bayi belum imuniasi polio
   c. keempat bayi tersebut belum imunisasi polio

6) Sebuah mata uang logam dilemparkan sebanyak 4 kali. tentuka peluang muncul angka paling banyak 4 kali

7) Diketahui $P(X) = C (4, x) . (0,8)^{x} . (0,2)^{4-x}$ untuk x = 0,1,2,3,4. tentukan nilai untuk:
   a. $P(X \leq 3)$
   b. $P(X \leq 4)$
   c. $P(2 \leq X \leq 4)$

8) Peluang Bayu mencetak gol lewat tendangan penalti sebesar 0,8. tentukan peluang Bayu mencetak:
   a. paling banyak 2 gol dari 5 kali penalti
   b. paling banyak 3 gol dari 5 kali penalti

9) Kepala bagian produksi PT sejahtera melaporkan bahwa rata-rata produksi TV yang rusak setiap kali produksi sebesar 15%. dari total produksi tersebut diambil secara acak sebanyak 6 unit TV. tentukan peluang:

a. paling banyak 1 TV rusak
b. paling banyak 2 TV rusak

10) Sebuah kantong berisi 3 bola merah dan 2 bola putih. dari dalam kantong tersebut diambil dua bola sekaligus. Variabel acak X menyatakan banyak bola merah yang terambil. Tentukan nilai dari
a. $P(X = 2)$
b. $P(X \leq 1)$

E. Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggung jawab!

No.	Pertanyaan	Jawaban	
		Ya	Tidak
1.	Apakah Ananda telah mampu memahami definisi konsep distrbusi binomial?		
2.	Apakah Ananda telah mampu menentukan niali dari distribusi binomial?		
3.	Apakah Ananda telah mampu memahami konsep distribusi kumulatif binomial?		
4.	Apakah Ananda telah mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan distribusi kumulatif binomial?		

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan riview pembelajaran, terutama pada bagian yang masih "Tidak"

EVALUASI

Pilih satu jawaban yang paling tepat

1. Data yang melibatkan variabel diskrit adalah ……
A. bilangan asli lebih dari 44
B. bilangan bulat kurang dari 55
C. usia penduduk suatu daerah
D. berat badan sekelompok siswa
E. banyak anak dalam sebuah keluarga

2. Beni melemparkan sekeping uang logam sebanyak tiga kali. Variabel acak X menyatakan banyak hasil sisi gambar yang diperoleh. Hasil yang mungkin untuk X adalah
A. {0,1,2,3,4}
B. {0,1,2,3}
C. {0,1,2}
D. {1,2,3}
E. {1,2}

3. Dewi melemparkan lima keping uang logam. Variabel acak X menyatakan banyak hasil sisi angka yang diperoleh. Hasil yang mungkin untuk X adalah ……
A. {1,2,3,4,5}
B. {0,1,2,3,4}
C. {0,1,2,3,4,5}
D. {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}
E. {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}

4. Anita melambungkan dua buah dadu secara bersamaan. Jika variabel acak X menyatakan jumlah mata dadu yang muncul, maka X=⋯
A. {2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}
B. {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}
C. {0,1,2,3,4,5,6,7,8}
D. {1,2,3,4,5,6}
E. {0,1,2,3,4,5}

5. Deni melambungkan sebuah dadu satu kali. Jika variabel acak X menyatakan mata dadu yang muncul, maka X=⋯
A. {0,1,2,3,4,5,6}
B. {1,2,3,4,5,6}
C. {0,1,2,3,4,5}
D. {0,1}
E. {6}

6. Sepasang pengantin baru merencanakan mempunyai dua anak. Jika variabel X menyatakan banyak anak perempuan, maka X=⋯
A. {0,1}
B. {1,2}
C. {0,1,2}
D. {0,1,2,3}
E. {0,1,2,3,4}

7. Andi mengerjakan 6 butir soal. Variabel acak X menyatakan banyak soal yang dikerjakan dengan benar. Hasil yang mungkin untuk X adalah ⋯⋯⋯
   A. {0,1,2,3,4,5,6}
   B. {1,2,3,4,5,6}
   C. {0,1,2,3,4,5}
   D. {0,6}
   E. {6}

8. Sepasang pengantin baru merencanakan mempunyai tiga anak. Variabel acak X menyatakan banyak anak perempuan.
   Nilai P(X=1) adalah ..
   A. $\frac{1}{8}$
   B. $\frac{2}{8}$
   C. $\frac{3}{8}$
   D. $\frac{4}{8}$
   E. $\frac{5}{8}$

9. Sebuah dadu dilemparkan sebanyak 4 kali. Peluang muncul mata dadu berkelipatan 3 sebanyak 2 kali adalah
   A. 0,3951
   B. 0,2963
   C. 0,1157
   D. 0,988
   E. 0,154

10. Andri mengerjakan 10 soal pilihan benar salah. Peluang Andri menjawab dengan benar sebanyak 6 soal adalah ⋯⋯⋯
    A. 0,1816
    B. 0,2051
    C. 0,2672
    D. 0,3145
    E. 0,3264

11. Seorang penjaga gawang profesional mampu menahan tendangan penalti dengan peluang 35. Dalam sebuah kesempatan dilakukan 5 kali tendangan. Peluang penjaga gawang mampu menahan 3 kali tendangan penalti tersebut adalah
    A. $\frac{180}{625}$
    B. $\frac{612}{625}$
    C. $\frac{216}{625}$
    D. $\frac{228}{625}$
    E. $\frac{230}{625}$

12. Peluang mendapatkan satu kali jumlah angka 77 dalam tiga kali pelemparan dua buah dadu adalah ⋯⋯
    A. $\frac{5}{246}$
    B. $\frac{5}{36}$
    C. $\frac{25}{46}$

D. $\frac{25}{72}$
E. $\frac{135}{432}$

13. Suatu survei menemukan bahwa 1 dari 5 orang berkata bahwa dia telah mengunjungi dokter dalam sembarang bulan yang ditanyakan. Jika 10 orang dipilih secara acak, peluang tiga di antaranya sudah mengunjungi dokter bulan lalu adalah
A. 0,108
B. 0,201
C. 0,245
D. 0,289
E. 0,301

Kunci Jawaban Evaluasi

1. E
2. B
3. C
4. A
5. B
6. C
7. A
8. C
9. B
10. B
11. C
12. D
13. B

DAFTAR PUSTAKA

Tim. (2019). Belajar Praktis Matematika. Klaten : Viva Pakarindo

Erlangga Fokus UN SMA/MA 2013 Program IPA. (2012). Jakarta: Erlangga.

Erlangga X-Press UN 2015 SMA/MA Program IPA. (2014). Jakarta: Erlangga.

Matematika Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan (2014). Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

Siswanto. (2005). *Matematika Inovatif: Konsep dan Aplikasinya*. Solo: Tiga Serangkai Pustaka Mandiri.

Willa Adrian. (2008). *1700 Bank Soal Bimbingan Pemantapan Matematika Dasar*. Bandung: Yrama Widya.